

Két egyenes körhenger

Oldjuk meg az alábbi feladatot!

Adott: két *egyenes körhenger*, melyek

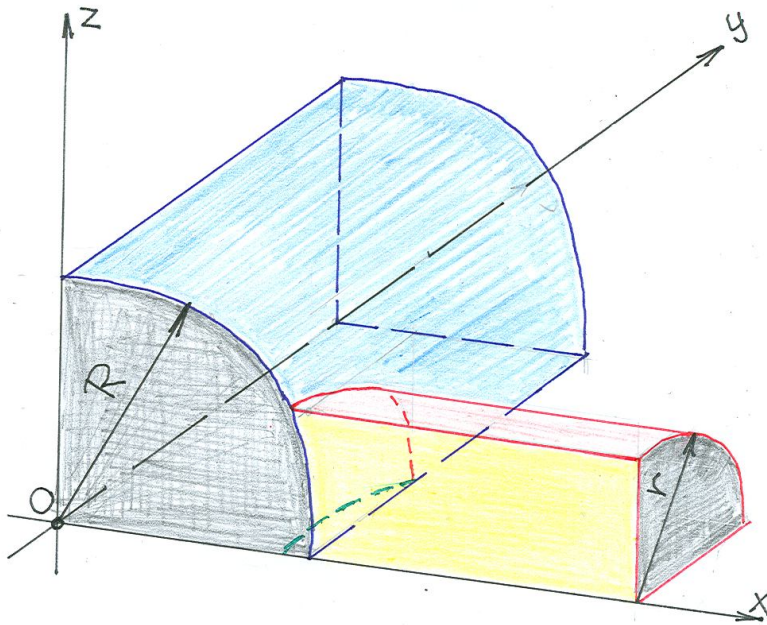
~ sugara R és r ;

~ tengelyvonalaik merőlegesen metszik egymást – ld.: 1. ábra!

Keresett:

~ az áthatási görbék vetületeinek egyenlete;

~ ugyanez, ha a hengerek egyenlő sugarúak.



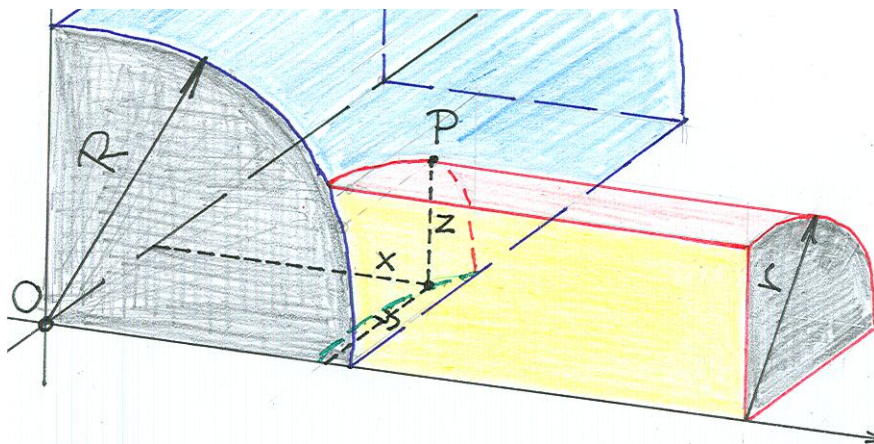
Az 1. ábrán a teljes felület
1 / 8 része lett ábrázolva.

1. ábra

Megoldás:

Az 1. ábráról közvetlenül leolvasható, hogy az áthatási görbe (xz) síkra vett vetülete az R sugarú kör egy darabja, míg az (yz) síkra vett vetülete az r sugarú kör egy része.

Így a feladat valójában az (xy) síkra vett vetület vizsgálata. Ehhez tekintsük a 2. ábrát!



2. ábra

A 2. ábra szerint:

$$x^2 + z^2 = R^2; \quad (1)$$

$$y^2 + z^2 = r^2; \quad (2)$$

most képezzük (1) és (2) különbségét!

$$x^2 - y^2 = R^2 - r^2; \quad (3)$$

átalakítva:

$$\frac{x^2}{R^2 - r^2} - \frac{y^2}{R^2 - r^2} = 1; \quad (4)$$

utóbbi már ismert egyenlet: ez egy *hiperbola* egyenlete – ld.: [1]!

A fenti ábrákon zöld színnel egy negyedrészt rajzoltuk meg az áthatási görbe hiperbola - vetületének.

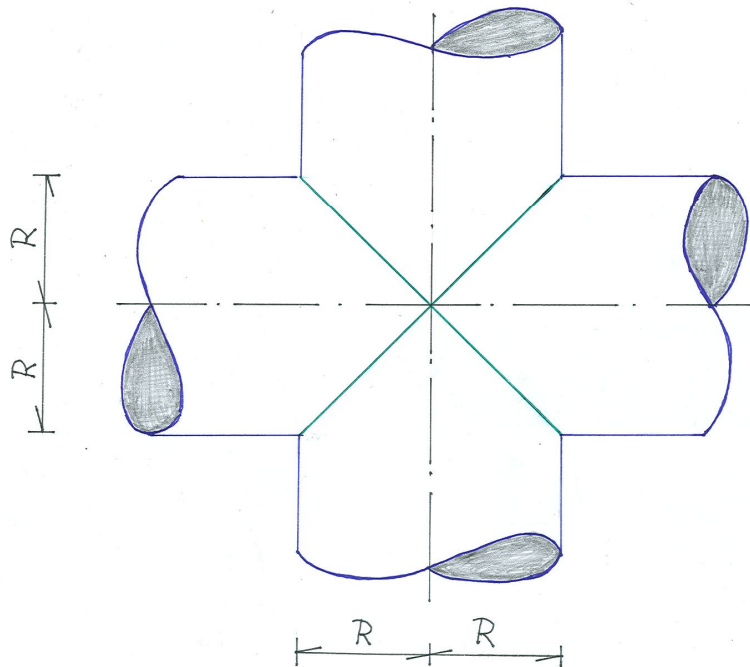
Abban az esetben, ha a hengerek egyforma sugarúak, azaz $R = r$, akkor (3) - ból az

$$x^2 - y^2 = 0, \quad (5)$$

(5) -ből pedig

$$y = \pm x \quad (6)$$

következik. Ekkor az áthatási görbék (xy) síkra vett vetületei 45° -os egyenesek – ld. 3. ábra!



3. ábra

Ezzel a feladatot megoldottuk. Látható, hogy itt sem léptünk túl a középiskolai matematika, ill. geometria tananyagán. Ebből következik, hogy a most tárgyalt, műszakilag is fontos feladat megértése, alkalmazása például szakközépiskolások számára is lehetséges.

Végül pedig jöjjön két házi feladat:

~ az Olvasó határozza meg számítással és / vagy szerkesztéssel, hogy milyen görbék a 3. ábrán zöld színnel jelölt áthatási vonalak;

~ keresse meg az ábrák „furcsaságait”!

Irodalom:

[1] – I. N: Bronstejn ~ K. A. Szemengyajev: Matematikai zsebkönyv
Műszaki Könyvkiadó, Budapest, több kiadásban

Összeállította: Galgóczi Gyula
mérnöktanár

Sződliget, 2009. június 15.